

МОУ Кадомская СШ им. С.Я. Батышева

Конкурс проектных и исследовательских работ учащихся «Шаг в науку»

Секция: математика

УДИВИТЕЛЬНЫЙ ЛИСТ МЁБИУСА

Работу выполнила: Пашкова Елизавета,
обучающаяся 7 «а»
класса

Руководитель: Мосейкина Елена Николаевна,
учитель математики

2017 г, р.п.Кадом

СОДЕРЖАНИЕ

Введение _____ стр.3-5

1) Что побудило меня к созданию проекта по математике?

2) Новизна проекта.

3) Актуальность проекта

2) Цель и задачи проекта.

II. Основная часть _____ стр.6-9

1) Что такое лист Мёбиуса? _____ стр.6

2) История открытия листа. _____ стр.7

3) Топология как наука. _____ стр.7-8

4) Свойства листа Мёбиуса. _____ стр.8-9

III. Исследовательская деятельность проекта

3.1. Анкетирование учащихся _____ стр. 9

3.2. Практическая часть

3.2.1. Изготовление листа Мёбиуса _____ стр.9-10

3.2.2. Проведение опытов с листом Мёбиуса _____ стр.10

3.2.3. Общие результаты опытов – свойства листа Мёбиуса _____ стр.10

IV. Применение листа Мёбиуса в различных сферах жизни _____ стр.11

Заключение _____ стр.11-12

Список литературы _____ стр.13

Приложение №1 Анкетирование учащихся

Приложение №2 Опыты (эксперименты с листом Мёбиуса)

Приложение №3 Альбом «Применение листа Мёбиуса в нашей жизни»

**“ Лист Мёбиуса – символ математики,
Что служит высшей мудрости венцом...
Он полон неосознанной романтики:
В нём бесконечность свёрнута кольцом...»**

Введение.

В этом учебном году мы впервые, вместо привычной для нас математики, стали изучать такие предметы, как геометрия и алгебра. На внеклассном мероприятии я узнала, что математика имеет ещё один очень интересный раздел – топология. Топология является одним из самых «молодых» разделов современной геометрии, изучающая свойства фигур, которые не изменяются при деформациях (растяжении, сжатии), не допускающих разрывов и склеивания.

Так я впервые узнала о листе Мёбиуса. Меня так заинтересовал этот лист, что я стала искать про него разную информацию и проводить с ним разные опыты, о результатах которых я расскажу в своей работе.

Для проекта я выбрала тему листа Мёбиуса, потому что считаю, что она имеет наиболее важное научное и практическое значение и просто интересна для ученика. В своей работе я рассмотрела ленту Мёбиуса и её применение в науке, технике. Уже сейчас лента Мёбиуса находит различное применение в быту.

Актуальность темы: Тема исследования листа Мёбиуса, является актуальной, так как в последнее столетие большое влияние на ряд совершенно различных областей знания приобрела ветвь геометрии - топология. На основе этих секретов создано много полезных вещей и изобретений, поэтому изучение этих секретов просто необходимо. Сегодня в математическую жизнь вошла компьютерная геометрия, позволяющая представить сложные математические модели. Бумажное моделирование развивает умственные способности и пространственное воображение, т.к. на пальцах рук находится много нервных окончаний, влияющих на мозговую

деятельность. И это полезно тем учащимся, у которых недостаточно развито пространственное воображение.

Новизна проекта: заключается в том, учащиеся 7-а класса выявлением свойств листа Мёбиуса ранее не занимались. Я провела анкетирование и из анкеты видно, что многие не слышали об этом листе ничего и не знают о его свойствах.

Объект исследования: лист Мёбиуса как модель односторонней поверхности.

Предмет исследования: Все знают, что такое "поверхность". Поверхность пола, бумаги, стен комнаты, поверхность земного шара известны всем. Может ли быть что-нибудь неожиданное и даже таинственное в таком обычном понятии? Пример листа Мёбиуса показывает, что может.

Предметом исследования моей работы являются свойства листа Мебиуса.

Гипотезы исследования:

1. Односторонняя поверхность существует.
2. Лист Мёбиуса меняет свои свойства при разрезании и действительно обладает неожиданными свойствами.
3. Лента Мёбиуса встречается в различных сферах жизнедеятельности человека.

Цель работы: исследовать поверхность листа Мебиуса и его свойства, найти подтверждение применения ленты Мёбиуса в современном мире.

В соответствии с поставленной целью и выдвинутыми гипотезами определились следующие задачи:

- Познакомиться с понятием топологии;
- Познакомиться с биографией Мебиуса и с историей его замечательного открытия.

- Описать лист Мёбиуса и процесс его изготовления.
- Изучить и исследовать свойства листа Мебиуса
- Установить области применения листа Мебиуса.
- Создать презентацию в Microsoft Power Point.
- Создать альбом

Вид проекта – информационно-исследовательский.

Для того чтобы решить эту проблему, я должна была изучить нужную информацию в математической литературе и на различных сайтах Интернета, затем изготовить лист Мебиуса и с помощью опытов выявить его необыкновенные свойства.

Основными этапами исследования были:

- постановка проблемы,
- анкетирование,
- изучение литературы с целью получения информации о листе Мёбиуса,
- сбор собственного материала,
- проведение экспериментов.

Перспективы развития проекта - продолжить работу в следующем году и подготовить сборник для внеурочной деятельности «Загадки ленты Мёбиуса», изучить глубже свойства листа, продолжить проведение фокусов и экспериментов.

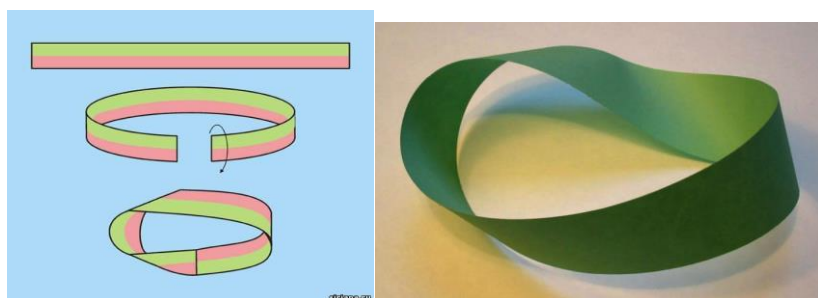
Продукт проекта – альбом, мультимедийная презентация.

II. Основная часть

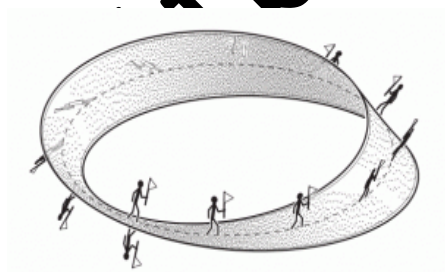
1) Что такое лист Мёбиуса?

Лист Мёбиуса - это простейшая односторонняя поверхность с краем. Попасть из одной точки этой поверхности в любую другую можно, не пересекая края. Всякая замкнутая поверхность, лежащая в трёхмерном пространстве, разделяет его на две части — ограниченную «внутренность» и неограниченную «внешность», подобно тому, как замкнутая кривая разделяет плоскость на две части.

Лист Мёбиуса — бумажная лента, повернутая одним концом на пол-оборота (то есть на 180 градусов), и склеенная с его другим концом.



Лист Мёбиуса является простейшей односторонней поверхностью, т.е. пройдя вдоль всей его «средней линии» с поднятым вверх флажком, мы вернёмся в исходную точку — но флажок будет теперь «поднят» в другую сторону. Это значит, что флажок, не пересекая плоскость, попал из «внешности» во «внутренность».



Лист Мёбиуса назван так в честь немецкого математика А. Мёбиуса, открывшего его необычайные топологические свойства в 1858г.

2) А.Ф.Мёбиус и его поразительное открытие

Август Фердинанд Мёбиус (1790-1868) – немецкий геометр, ученик «короля математиков». Мёбиус был первоначально астрономом, как Гаусс. В те времена изучение математики не встречало поддержки, а занятие астрономией приветствовалось. Занимаясь астрономией, Мёбиус много размышлял о математике.



Одним «неожиданным» математическим открытием является лента Мёбиуса. Рассказывают, что открыть свой «лист» Мёбиусу помогла служанка, сшившая однажды неправильно концы ленты.

Хмуро разглядывая злосчастную ленту, профессор воскликнул: «Ай да, Марта! Девочка не так уж глупа. Ведь это же односторонняя кольцевая поверхность. У ленточки нет изнанки!»

Мёбиус сделал поразительное открытие – получил поверхность, которая имеет лишь одну сторону (до него считалось, что любая поверхность, например, лист бумаги имеет две стороны). Открытая поверхность получила математическое обоснование и имя в честь описавшего ее математика и астронома. Его часто считают символом современной математики. В 1858 году Август Фердинанд Мёбиус послал в Парижскую академию наук работу, включавшую сведения об этом листе. Одновременно с Мёбиусом изобрел этот лист и другой ученик К.Ф. Гаусса – Иоганн Бенедикт Листинг (1808 – 1882), профессор Геттингенского университета. Свою работу он опубликовал на три года раньше, чем Мёбиус, – в 1860 году, но лента все-таки носит имя Мёбиуса.

3) Топология как наука.

Слово это придумал Иоганн Бенедикт Листинг. Тополо́гия (от греч. τόπος — место) — часть геометрии, изучающая в самом общем виде явление непрерывности, а также свойства обобщенных геометрических объектов, не меняющиеся при малых деформациях и не зависящие от способа их задания. Любую фигуру тополог имеет право сгибать, скручивать, сжимать и

растягивать – делать с ней всё что угодно, только не разрывать и не склеивать. И при этом он будет считать, что ничего не произошло, все её свойства остались неизменными. Для него не имеют никакого значения ни расстояния, ни углы, ни площади. А что же его интересует? Самые общие свойства фигур, которые не меняются ни при каких преобразованиях фигуры. Поэтому иногда топологию называют "геометрией непрерывности". Топология в основном изучает поверхности тел и она находит математическое родство между предметами, которые, казалось бы, никак между собой не связаны. У каждого из нас есть интуитивное представление о том, что такое «поверхность». Поверхность листа бумаги, поверхность стен класса, поверхность земного шара известны всем. Может ли быть что-нибудь неожиданное и даже таинственное в таком обычном понятии?

Да! Это односторонняя поверхность.

Пример топологии - таинственный и знаменитый лист Мёбиуса.

4) Свойства листа Мёбиуса.

Из статьи «Элементы топологии на примере листа Мёбиуса» я узнала об основных свойствах этого топологического объекта.

1. Односторонность. У листа Мёбиуса – всего одна сторона.
2. Непрерывность. На листе Мёбиуса любая точка может быть соединена с любой другой точкой. Разрывов нет – непрерывность полная. С топологической точки зрения круг неотличим от квадрата, потому что их легко преобразовать один в другой, не нарушая непрерывность.
3. Связность. Если квадрат разрезать от стороны к стороне, то он, естественно, распадётся на два отдельных куска. Поэтому квадрат – односвязен. Ну, а лист Мёбиуса? Двусвязен.
4. Ориентированность – свойство, отсутствующее у листа Мёбиуса. Так, если бы человек смог пропутешествовать по всем по всем изгибам листа Мёбиуса, то когда он вернулся бы в исходную точку, он превратился в своё зеркальное отражение.
5. «Хроматический номер» - равен максимальному числу областей, которые можно нарисовать на поверхности так, чтобы каждая из них имела общую

границу со всеми другими. Хроматический номер ленты Мебиуса равен шести.

III. Исследовательская деятельность проекта

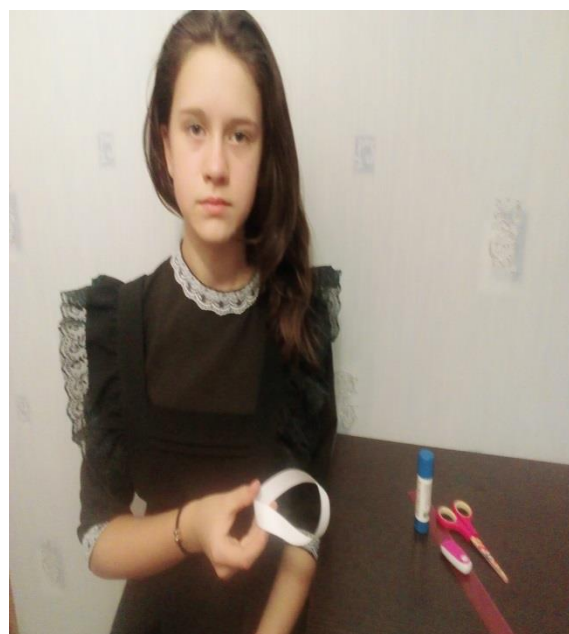
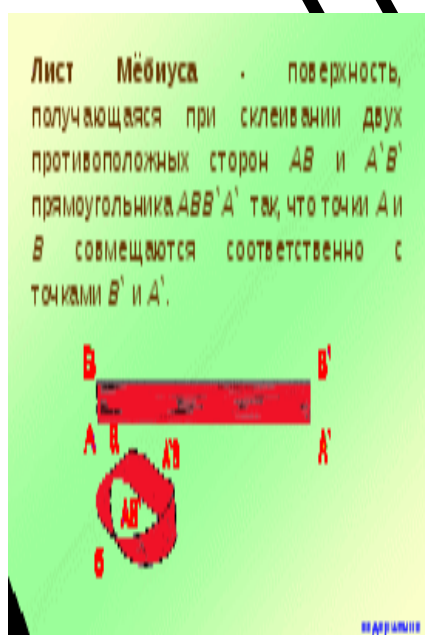
3.1. Анкетирование учащихся.

Чтобы узнать, что же знают мои одноклассники о листе Мёбиуса и его свойствах, я решила провести в своём классе анкетирование. В анкетировании принимало участие 26 человек, учащиеся 7а класса (см. Приложение № 1).

3.2. Практическая часть

3.2.1. Изготовление листа Мёбиуса.

Лист Мёбиуса относится к числу математических неожиданностей. Для проведения экспериментов я запаслась несколькими листами обычной бумаги, клеем, ножницами и красками. Чтобы изготовить лист Мёбиуса, возьмем бумажную ленту ABCD. Прикладываем ее концы AB и CD друг к другу и склеиваем. Но не как попало, а так, чтобы точка A совпала с точкой D, а точка B с точкой C. Перед склейкой перекручиваем ленту один раз (на 180). Получилось знаменитое в математике бумажное кольцо. У него есть даже особое название - "Лист Мёбиуса". Мною проведено несколько экспериментов с листом Мёбиуса, в которых я постаралась ответить на интересующие меня вопросы и сделать определённые выводы.



3.2.2. Проведение экспериментов (опытов) с листом Мёбиуса

Чтобы понять, в чём особенность листа Мёбиуса, я проводила опыты и эксперименты с (листом Мёбиуса)- **Приложение № 2**

3.2.3. Общие результаты опытов – свойства листа Мёбиуса

ИТАК, В РЕЗУЛЬТАТЕ ИССЛЕДОВАНИЯ Я ВЫЯСНИЛА, ЧТО:

Лист Мёбиуса имеет одну сторону (поверхность). Это подтверждают результаты опытов.

- Лист Мёбиуса имеет один край.
- Очевидный лист Мёбиуса можно получить из прямоугольника, где длина значительно больше ширины, т. е. из полоски ленты.
- Если пустить по поверхности листа Мёбиуса движущиеся объекты, они будут двигаться бесконечно долго, т.е. поверхность непрерывна. Это подтверждают опыты.
- Листу Мёбиуса присуще свойство – связность.
- Лист Мёбиуса, как и любая топологическая фигура, не меняет своих свойств, пока её не разрезают, не разрывают, или не склеивают его отдельные куски.
- Лист Мёбиуса можно многократно перекручивать при склеивании, при этом получается узор.
- Один край и одна сторона листа Мёбиуса не связаны с его положением в пространстве, с поятием расстояния.

IV. Применение листа Мёбиуса в различных сферах жизни.

Занимаясь этой работой, мы пришли к выводу, что хотя лист Мёбиуса открыли ещё в XIX веке, он актуален и в XX веке, и в XXI.

Удивительные свойства листа Мёбиуса применялись и используются сейчас в технике, физике, оптике. Вдохновлял он на творчество многих писателей и художников.

Любопытно, что лист Мебиуса и сейчас продолжает будоражить умы изобретателей. Во многих странах мира запатентованы на его основе удивительные механизмы.

Приведём примеры применения листа Мёбиуса в различных сферах жизни.

(**Приложение №3**, альбом «Применение ленты Мёбиуса в нашей жизни»)

Заключение

Работая над проектом, я пришла к выводу, что простая полоска бумаги, но перекрученная всего лишь раз и склеенная затем в кольцо, сразу же превращается в загадочную ленту Мебиуса и приобретает удивительные свойства. Мной была проделана работа по доказательству некоторых свойств ленты Мебиуса. Изучались свойства ленты на наглядных примерах. Результаты были очевидны, поскольку эксперименты проводились с обычным кольцом и листом Мебиуса. Для меня это были маленькие открытия.

В результате исследования обнаружилось, что лента Мебиуса нашла применение во многих привычных для нас сферах жизни. Проведенные мною эксперименты подтвердили гипотезы и показали, насколько важно значение ленты Мебиуса в жизни современного человека.

Я убеждена, что данная тема будет актуальна еще долгое время, и будут открываться все новые и новые факты, подтверждающие присутствие и влияние листа Мебиуса на нашу жизнь. Он так нужен в практической жизни!

Все поставленные задачи были выполнены. Предположение, что лента Мебиуса обладает удивительными свойствами, подтвердилось.

Я сумела получить интересный математический материал. В ходе работы я создала альбом и мультимедийную презентацию, в которые включены иллюстративные материалы о листе Мебиуса.

Своими результатами исследования о листе Мебиуса я поделилась со своими одноклассниками. Думаю, что это их заинтересовало. Вообще я считаю, что моя работа будет интересна любителям математики для расширения математического кругозора. Ее можно использовать учителям математики, как на уроках, так и во внеклассной и кружковой работе.

Перспектива исследования

С листом Мебиуса можно провести ещё много опытов и убедиться в открытых свойствах. Количество опытов зависит от собственного интереса и терпения.

К тому же, в ходе эксперимента я узнала лишь некоторые свойства листа Мебиуса. Не изученными остались свойства ориентированности, «хроматического номера».

Кроме того, свойства мало получить и увидеть в результате эксперимента, они требуют математического обоснования, доказательства.

Мною не исчерпаны опыты с листом Мебиуса. Они бесконечны, интересны и зависят от собственного терпения. Я обязательно буду возвращаться к опытам с листом Мебиуса.

Лист Мёбиуса

Лист Мебиуса – символ математики,
Что служит высшей мудрости венцом...

Он полон неосознанной романтики:
В нем бесконечность свернута кольцом.

В нем – простота, и вместе с нею – сложность,
Что недоступна даже мудрецам:

Здесь на глазах преобразилась плоскость
В поверхность без начала и конца.

Здесь нет пределов, нет ограничений,
Стрепись вперед и открывай миры,
Почувствуй силу новых ощущений,
Прими познания высшего дары



Список используемой литературы

1. Газета «Математика». № 3, 2007г. Изд. «Первое сентября»
2. Горохова Л.И. «Уроки математики». Современная школа, Москва изд. «Глобус» , 2009г.
3. В.А.Гусев, А.И.Орлов, А.Л.Розенталь «Внеклассная работа по математике», М., Просвещение, 2006г
4. Даль В. «Толковый словарь», Москва, 1983г.
5. Депман И.Я. «За страницами учебника математики». Москва, изд. «Просвещение», 1989г.
6. Леонова О.А. Введение в топологию «Лист Мёбиуса». 7. Статья: Трогаем бесконечность. Мебиус, Клейн и другие
7. И. Н. Шарыгин «Наглядная геометрия», М., Дрофа, 2011г.

Сайты сети Интернет:

http://arbuz.uz/t_lenta.html

<http://www.frei.ru/polos/books/>

<http://www.websib.ru/noos/math/listmebiusa/>

<http://www.univer.omsk.su/omsk/Edu/Math/mmebius.htm>

Приложение № 1 к проекту

«Удивительный лист Мёбиуса»

Исследовательская деятельность проекта:

Анкетирование учащихся.

Анкета

Ответьте, пожалуйста, на следующие вопросы:

1. Знаете ли Вы, что такое топология?

- нет

- да, это - _____

2. Знакомо ли Вам понятие «Лист Мёбиуса»?

- я знаю, что это такое

- только слышал о таком понятии

- не знакомо

3. Знаете ли Вы о свойствах листа Мёбиуса?

- нет

- да, это следующие свойства - _____

4. Знаете ли Вы, где применяется Лист Мёбиуса?

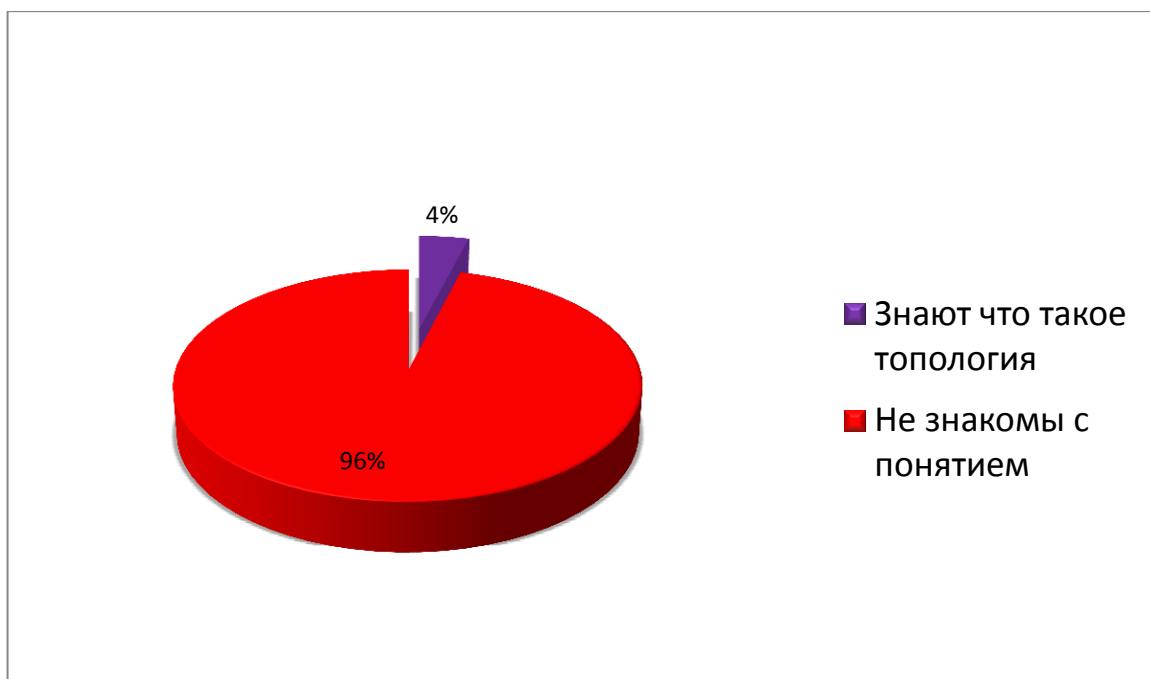
- нет

- да, он применяется - _____

Результаты анкетирования

Знают, что такое топология – 1 человек (4%)

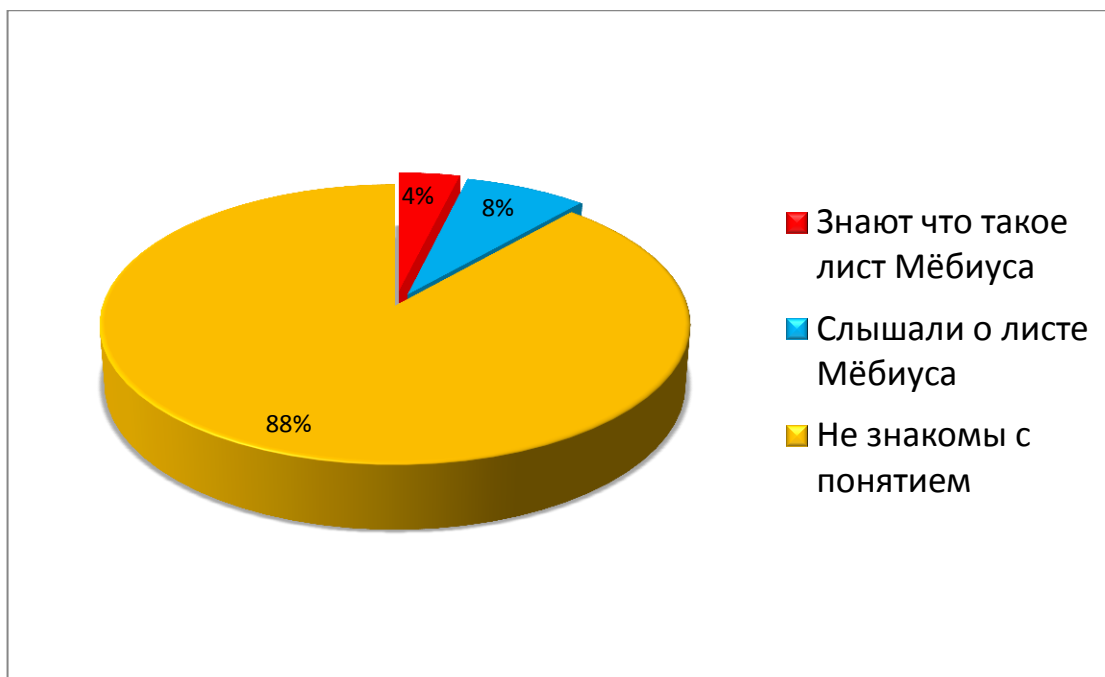
Не знакомы с понятием-25 человек (96%)



Знают, что такое лист Мёбиуса – 1 человек (4%)

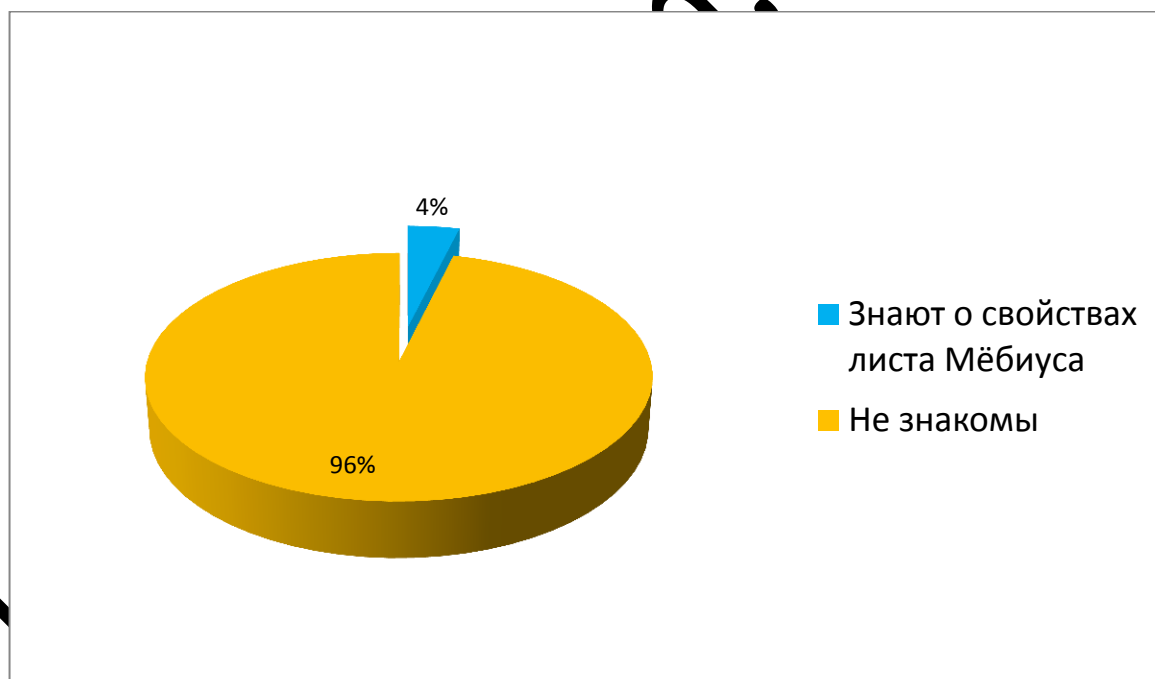
Только слышали о листе Мёбиуса – 2 человек (8%)

Не знакомы с понятием – 22 человека (88%)



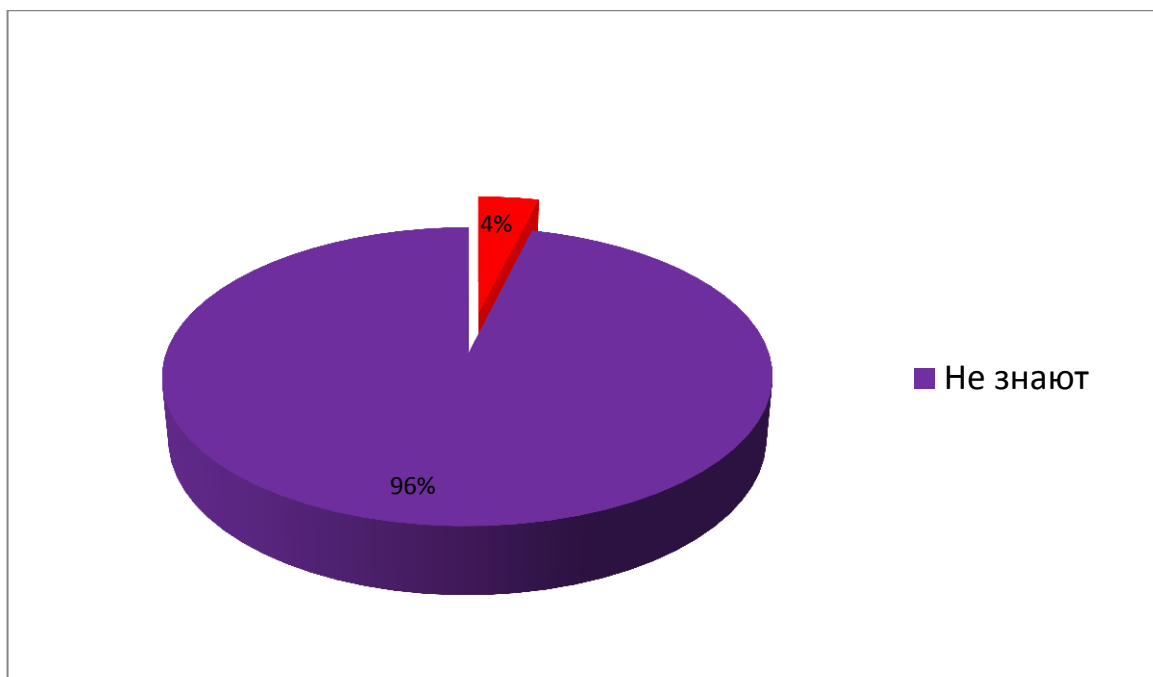
Знают о свойствах листа Мёбиуса – 1 человек (4%)

Не знакомы -25 человек (96 %)



Знают, где применяется лист Мёбиуса – 1 человек(4%)

Не знают-25 человек (96 %)



Вывод исследования: Анкетирование показало, что мои одноклассники не знают, что такое лист Мёбиуса и всё, что с ним связано.

<http://kadam.3d/>

Приложение № 2 к проекту

«Удивительный лист Мёбиуса»



Эксперименты «Сюрпризы листа Мёбиуса»

Мною проведено несколько экспериментов с листом Мёбиуса, в которых я постаралась ответить на интересующие меня вопросы, и сделала определённые выводы.

Опыт 1

Поставим точку на одной стороне каждого кольца и начертим непрерывную линию вдоль него, пока не придём снова в отмеченную точку.

Обычное кольцо.

Линия проходит вдоль кольца по одной стороне, сходясь в точке начала.

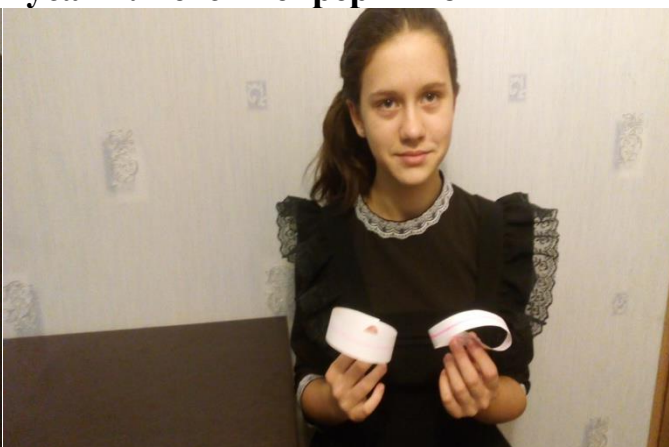
Вторая остаётся чистой.



Лист Мёбиуса

Непрерывная линия проходит по двум сторонам, заканчиваясь в начальной точке.

Вывод: Поверхность листа Мёбиуса является непрерывной



На листе Мёбиуса любая точка может быть соединена с любой другой точкой и при этом ни разу не придётся «переползать» через край ленты. Разрывов нет – непрерывность полная.

Опыт 2

Закрасим полностью только одну сторону колец.

Обычное кольцо

Одна сторона закрашена, другая нет.



Лист Мёбиуса

Закрашенной оказалась вся лист целиком.



Вывод: Поверхность листа Мёбиуса односторонняя.

Лист оказался закрашенным полностью! А ведь мы его даже не переворачивали, чтобы закрасить с другой стороны. Да и не смогли бы перевернуть, даже если бы очень захотели. Лист Мёбиуса имеет одну поверхность. «Внешняя» и «внутренняя» стороны как бы по ходу движения вдоль ленты переходят друг в друга.



Опыт 3

Закрасим непрерывной линией только один край кольца

Обычное кольцо

Один край кольца закрашен, второй край нет.



Лист Мёбиуса

Линия края получилась непрерывно закрашена на всём кольце.



Вывод: У листа Мёбиуса не только *одна сторона*, но и только *один край*!

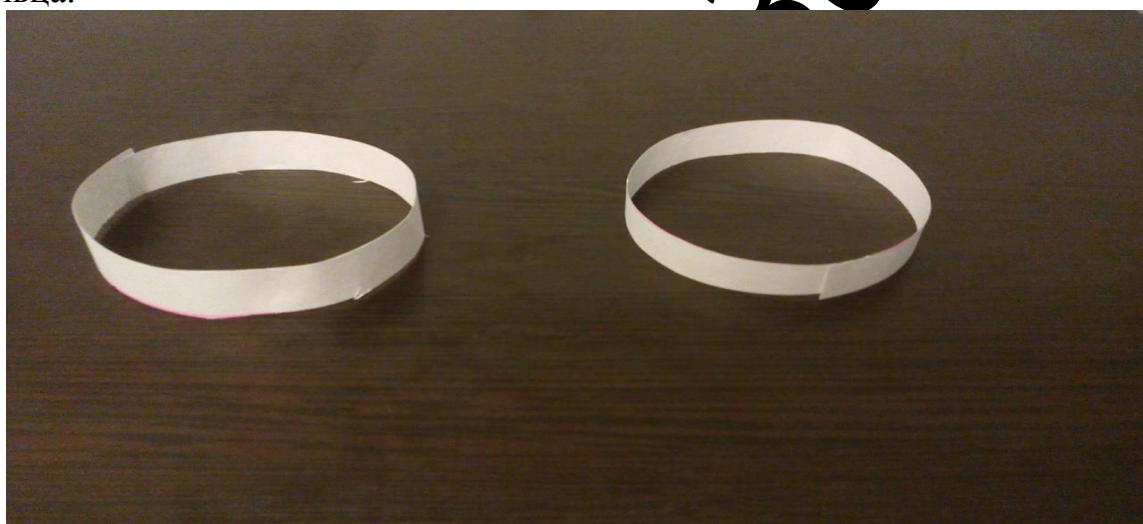


Опыт 4

Разрежем кольца вдоль пополам, по линии параллельной краям

Обычное кольцо

Получилось два кольца, точнее две половинки от исходного кольца. Каждое кольцо будет уже, но длина будет такой же, как длина первоначального кольца.



Лист Мёбиуса

Получилось одно большое перекрученное кольцо в виде восьмёрки



Опыт 5

Разрежем кольцо вдоль, отступив от края на $\frac{1}{3}$ ширины кольца

Обычное кольцо

Получилось два кольца: одно поуже, другое шире.



Лист Мёбиуса

Два перекрученные сцепленные между собой кольца: диаметр первого в два раза больше диаметра второго, ширина первого кольца в два раза меньше.



Опыт 6

Возьмём кольца- результаты 5 опыта. Разрежем пополам вдоль.

Обычное кольцо

Получаются отдельные кольца. Их ширина становится всё уже и уже.



Лист Мёбиуса

Получилось два кольца, переплетённые между собой в виде восьмёрки.



Выводы по разрезанию: Лист Мёбиуса имеет интересное свойство – связность.

Если квадрат разрезать от стороны к стороне, то он распадётся на два отдельных куска. Разрез ножом разделит яблоко на две части. Говорят, квадрат- односвязен.

Если разрезать лист Мёбиуса вдоль (опыт 1), он превратится не в два отдельных кольца, а в одну ленту. Лист Мёбиуса - двусвязн.

Опыт 7

Склеим ленту из квадрата или из прямоугольника, у которого стороны примерно равны, *не сминая бумаги!*

Обычное кольцо

Получится «Труба»

Лист Мёбиуса

Свернуть концы квадрата, предварительно повернув один из них на 180 градусов, не сминая бумаги, не возможно.

Склеим ленту из квадрата, складывая бумагу

Обычное кольцо

Получится «Труба»

Лист Мёбиуса

Получится лист Мёбиуса

Опыт 8

Проведём многократные перекручивания, разрезания.

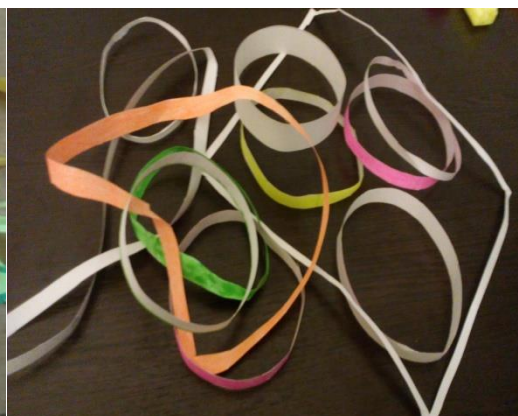
Обычное кольцо

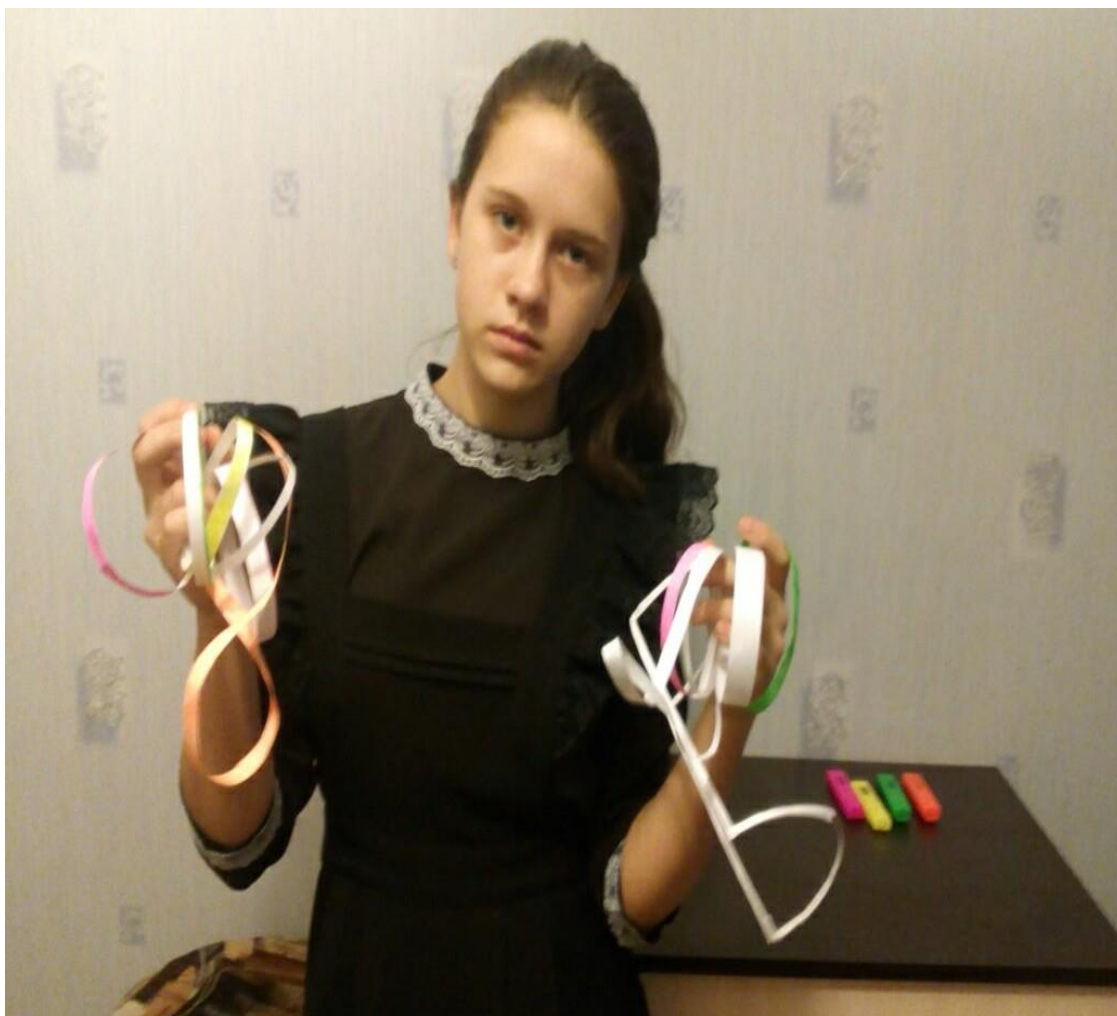
Получится множество колец



Лист Мёбиуса

Получится новогоднее украшение





Опыт 9

На внутренней поверхности идёт некто X , а по внешней идёт в любую сторону некто Y

Обычное кольцо

X и Y никогда не встретятся, не пересекая края



Лист Мёбиуса

X и Y встретятся, не пересекая края в любом случае.



Вывод: Поверхность листа непрерывная и односторонняя.

А сейчас я хочу предложить очень удивительное на мой взгляд превращение листа Мебиуса!

Склеим обычное кольцо и ленту Мёбиуса под прямым углом и разрежем по пунктирной линии.



Получилась квадратная рамка!



Выводы

1. Лист Мебиуса можно получить простым способом.
2. Лист Мёбиуса действительно необыкновенный. В этом я убедилась, проводя анализ результатов опыты с обычным кольцом и перекрученным листом.
3. Свойства листа многообразны. Они получены мной в результате эксперимента и были сравнимы со свойствами, описанными в математической литературе.